Το Παράδοξο του Monty Hall: Γιατί η Διαίσθηση μας Ξεγελάει

UniMathTutor Blog · 15 Sep 2026

https://functor.network/user/3349/entry/1981

Εισαγωγή

Φαντάσου ότι παίζεις σε ένα τηλεπαιχνίδι. Υπάρχουν τρεις πόρτες: πίσω από τη μία κρύβεται ένα αυτοκίνητο, πίσω από τις άλλες δύο ένα κατσίκι. Διαλέγεις μία πόρτα, ας πούμε την Πόρτα 1. Ο παρουσιαστής, που ξέρει τι κρύβεται πίσω από κάθε πόρτα, ανοίγει μία από τις άλλες δύο πόρτες — πάντα μία που κρύβει κατσίκι. Στη συνέχεια σου προσφέρει την επιλογή: θέλεις να μείνεις στην Πόρτα 1, ή να αλλάξεις στην πόρτα που έχει απομείνει κλειστή;

Η πρώτη, σχεδόν καθολική, διαισθητική αντίδραση είναι: *“Τώρα απομένουν δύο πόρτες, άρα η πιθανότητα είναι 50-50. Δεν έχει σημασία αν αλλάξω.”*

Αυτή η διαίσθηση είναι **λάθος**. Η αλλαγή πόρτας διπλασιάζει την πιθανότητα να κερδίσεις: από 1/3 πάει σε 2/3. Στο άρθρο αυτό θα δούμε γιατί, με δύο διαφορετικούς τρόπους — έναν συνδυαστικό και έναν αυστηρά μπεϋζιανό — και θα το επιβεβαιώσουμε και πειραματικά με μια προσομοίωση σε Python.

Γιατί αποτυγχάνει η “50-50” διαίσθηση

Το λάθος κρύβεται στο πού πραγματικά βρίσκεται η συμμετρία. Πριν ανοίξει κάποια πόρτα, η αρχική μας επιλογή έχει πιθανότητα 1/3, ενώ οι άλλες δύο πόρτες μαζί έχουν 2/3. Το άνοιγμα μιας πόρτας από τον παρουσιαστή δεν αλλάζει αυτό το αρχικό μοίρασμα, απλώς μας δείχνει ποια από τις δύο “άλλες” πόρτες δεν έχει το αυτοκίνητο. Η συνολική πιθανότητα 2/3 της ομάδας αυτής δεν εξαφανίζεται· συγκεντρώνεται εξ ολοκλήρου στη μοναδική πόρτα που απέμεινε κλειστή.

Συνδυαστική ανάλυση

Ας ονομάσουμε την πόρτα που διάλεξες αρχικά Πόρτα Α, και ας συμβολίσουμε με C το ενδεχόμενο “το αυτοκίνητο είναι πίσω από την Πόρτα Α”.

Πριν ανοίξει κάποια πόρτα, προφανώς

$$P(C) = \frac{1}{3}, \qquad P(C^c) = \frac{2}{3}.$$

Η στρατηγική **“δεν αλλάζω”** κερδίζει ακριβώς όταν η αρχική μας επιλογή ήταν σωστή, άρα με πιθανότητα $1/3$.

Η στρατηγική **“αλλάζω”** κερδίζει ακριβώς όταν η αρχική μας επιλογή ήταν λάθος — γιατί αν το αυτοκίνητο δεν ήταν πίσω από την Πόρτα Α, τότε ήταν πίσω από μία από τις άλλες δύο. Ο παρουσιαστής αποκαλύπτει την πόρτα με το κατσίκι από αυτές τις δύο, και έτσι η μοναδική πόρτα που απομένει κλειστή (εκτός της Α) είναι *αναγκαστικά* η πόρτα με το αυτοκίνητο. Άρα η στρατηγική “αλλάζω” κερδίζει με πιθανότητα

$$P(C^c) = \frac{2}{3}.$$

Μπεϋζιανή ανάλυση

Ας το δούμε και με τον κανόνα του Bayes.

Έστω ότι διαλέγουμε την Πόρτα 1, και ο παρουσιαστής ανοίγει την Πόρτα 3 (χωρίς αυτοκίνητο). Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

- C_i: “το αυτοκίνητο είναι πίσω από την Πόρτα i”, για $i = 1, 2, 3$, με $P(C_i) = 1/3$.
- H_3: “ο παρουσιαστής ανοίγει την Πόρτα 3”.

Μας ενδιαφέρει η δεσμευμένη πιθανότητα $P(C_2 \mid H_3)$ έναντι της $P(C_1 \mid H_3)$.

Χρειαζόμαστε την πιθανότητα $P(H_3 \mid C_i)$ για $i = 1, 2$ — δηλαδή, δεδομένου πού είναι το αυτοκίνητο, πόσο πιθανό είναι ο παρουσιαστής να ανοίξει την Πόρτα 3:

- Αν C_1 (το αυτοκίνητο είναι στην Πόρτα 1, αυτή που διαλέξαμε): ο παρουσιαστής μπορεί να ανοίξει είτε την Πόρτα 2 είτε την Πόρτα 3

(και οι δύο έχουν κατσίκι), οπότε υποθέτοντας ότι διαλέγει τυχαία μεταξύ τους: $P(H_3 \mid C_1) = 1/2$.

- Αν C_2 (το αυτοκίνητο είναι στην Πόρτα 2): ο παρουσιαστής *δεν μπορεί* να ανοίξει την Πόρτα 2 (θα αποκάλυπτε το αυτοκίνητο) ούτε την Πόρτα 1 (αυτή διαλέξαμε εμείς), άρα είναι *αναγκασμένος* να ανοίξει την Πόρτα 3: $P(H_3 \mid C_2) = 1$.

Εφαρμόζουμε τον κανόνα του Bayes:

$$P(C_1 \mid H_3) = \frac{P(H_3 \mid C_1)\,P(C_1)}{P(H_3)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{P(H_3)},$$

$$P(C_2 \mid H_3) = \frac{P(H_3 \mid C_2)\,P(C_2)}{P(H_3)} = \frac{1\cdot\frac{1}{3}}{P(H_3)}.$$

Παρατηρούμε αμέσως ότι ο αριθμητής της δεύτερης είναι **διπλάσιος** από τον αριθμητή της πρώτης, άρα (χωρίς καν να υπολογίσουμε το $P(H_3)$ ως κανονικοποιητή):

$$P(C_2 \mid H_3) = 2 \cdot P(C_1 \mid H_3).$$

Κι αφού οι δύο πιθανότητες πρέπει να αθροίζουν στο 1 (το αυτοκίνητο είναι σίγουρα πίσω από μία εκ των δύο εναπομεινασών πορτών), παίρνουμε

$$P(C_1 \mid H_3) = \frac{1}{3}, \qquad P(C_2 \mid H_3) = \frac{2}{3},$$

επιβεβαιώνοντας το συνδυαστικό αποτέλεσμα.

Το κρίσιμο σημείο: ο παρουσιαστής έχει *ελευθερία επιλογής* μόνο όταν το αυτοκίνητο είναι ήδη στην πόρτα που διαλέξαμε ($P(H_3 \mid C_1) = 1/2$), ενώ είναι *αναγκασμένος* όταν δεν είναι ($P(H_3 \mid C_2) = 1$). Αυτή η ασυμμετρία σπάει την ψευδαίσθηση της συμμετρίας 50-50.

Πειραματική επιβεβαίωση

Θα μπορούσε κανείς να πειστεί για το αποτέλεσμα και εμπειρικά, με μια απλή προσομοίωση σε Python. Το μόνο που χρειάζεται είναι να μετρήσουμε πόσο συχνά η αρχική μας επιλογή είναι σωστή σε (ας πούμε) 1000 τυχαίες επαναλήψεις τού πειράματος — αφού, όπως είδαμε, η αλλαγή πόρτας κερδίζει ακριβώς στις υπόλοιπες περιπτώσεις:

image description

```python
import random

def simulate(trials=1000):
    wins_no_switch = 0
    for _ in range(trials):
        doors = [0, 1, 2]
        car = random.choice(doors)
        choice = random.choice(doors)

        # Ο παρουσιαστής ανοίγει μια πόρτα χωρίς αυτοκίνητο, διαφορετική από την επιλογή μας
        remaining = [d for d in doors if d != choice and d != car]
        host_opens = random.choice(remaining)

        # Η διατήρηση τής πόρτας κερδίζει ακριβώς όταν η αρχική επιλογή ήταν σωστή
        if choice == car:
            wins_no_switch += 1

    # Η αλλαγή πόρτας κερδίζει ακριβώς όταν η αρχική επιλογή ήταν λάθος
    wins_switch = trials - wins_no_switch
    return wins_no_switch, wins_switch

trials = 1000
wins_no_switch, wins_switch = simulate(trials=trials)

print(f"Χωρίς αλλαγή πόρτας: {wins_no_switch}/{trials} νίκες  ({wins_no_switch/trials:.1%})")
print(f"Με αλλαγή πόρτας:    {wins_switch}/{trials} νίκες  ({wins_switch/trials:.1%})")
```

Ένα ενδεικτικό τρέξιμο έδωσε:

Χωρίς αλλαγή πόρτας: 318/1000 νίκες (31.8%)

Με αλλαγή πόρτας: 682/1000 νίκες (68.2%)

τιμές πολύ κοντά στο θεωρητικό 33.3%/66.7%, με τη φυσιολογική διακύμανση που περιμένουμε από πεπερασμένο αριθμό δειγμάτων.

Συμπέρασμα

Το παράδοξο του Monty Hall δεν είναι πραγματικό παράδοξο, δείχνει απλώς πόσο εύκολα η διαίσθησή μας αγνοεί τον ρόλο του *μηχανισμού παραγωγής της πληροφορίας*. Το ότι ο παρουσιαστής ξέρει πού είναι το αυτοκίνητο, και η επιλογή του εξαρτάται από αυτή τη γνώση, είναι που σπάει τη φαινομενική συμμετρία. Αν αντίθετα άνοιγε τυχαία μία πόρτα (με κίνδυνο να αποκαλύψει το αυτοκίνητο), η αλλαγή δεν θα είχε κανένα πλεονέκτημα — μια παραλλαγή για επόμενο άρθρο.

Περισσότερα: - Monty Hall problem στη Wikipedia - Η σκηνή από την ταινία “21”