

Sipnaying Pamuuran - Isang Pamamaraan ng Pagpapatunay sagitan ng Samu't-Saring Halimbawa

Gab-squared • 28 Dec 2025

Maraming sipnayaning saad na bagaman hindi totoo sa lahat ng tunay na bilang, ay totoo sa mga likas na bilang, na maaaring patunayan sagitan ng sipnaying pamuuran. Taliwas sa ngalan nito, ang sipnaying pamuuran ay isang halimbawa ng pangangatwirang pasaklaw, at hindi pamuod.

Nakabatay ang pamamaraang ito sa **Simulain ng Sipnaying Pamuuran o SSP**, na sinasaad na kapag isang tangkas na naglalaman lamang ng likas na bilang ang S :

1. Kung $1 \in S$; at
2. Sa lahat ng pagkakataong likas na bilang n , kung $n \in S$, ay $n + 1 \in S$,

Sagayon, $S = \mathbb{N}$.

Bilang paglalarawan, tignan natin ang dalawang pasubali. Dahil $1 \in S$ (1), batay sa (2), $1 + 1 = 2 \in S$. Dahil $2 \in S$, $2 + 1 = 3 \in S$. Makikita na kalauna'y matatagpuan ang lahat ng n sa S , $S \supseteq \mathbb{N}$. Dahil walang mulhagi ng S na wala sa $\mathbb{N}$, $S \subseteq \mathbb{N}$; samakatuwid $S = \mathbb{N}$. Ngayon ay patunayan natin ang simulain nang lalong tumpak:

Patunay. Gawing T ang tangkas na naglalaman ng lahat ng nasa $\mathbb{N}$ na wala sa S . Batay sa Simulaing Ayos-Sunod (*Well-Ordering*), nagtataglay ang T ng pinakamaliit na mulhaging x . Sagayon, $x - 1 \in S$. Nguni't dahil dito, $x = (x - 1) + 1 \in S$ ayon sa (2), isang kasalungatan. Samakatuwid, walang laman ang T at $S = \mathbb{N}$. □

Halimbawa

Isang sanyo para sa mga dagup ng mga unang n likas na bilang

Patunayan natin na sa bawa't likas na bilang n ,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2} \tag{1}$$

Patunay. Upang maisagawa ito, kinakailangan lamang nating tsekan ang bawa't pasubali ng **SSP**. Gawing S ang tangkas kung saan totoo ang (1) sa itaas.

Dahil $1 = \frac{1(1+1)}{2}$, $1 \in S$; sagayon, totoo ang unang pasubali.

Para sa ikalawa, patunayan natin kung may bilang k na $k \in S$, sumasakatuwid na $k+1 \in S$.

Kung $k \in S$,

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Nais nating halinyuin ito sa anyong

$$1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

upang maipakita na $k+1 \in S$. Maisasakatuparan ito sagitan ng pagdagdag ng $k+1$ sa bawa't panig:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1) &= \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) \\ &= \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} \\ &= \frac{(k+1)(k+2)}{2} \end{aligned}$$

Sagayon, totoo ang ikalawang pasubali. Samakatuwid, $S = \mathbb{N}$. □

Kadalasa'y inaalís na ang mga banggit ukol sa S at $\mathbb{N}$ upang umikli ang patunay.

Isang Halimbawa sa Di-Tumbasan

Patunayan natin ang isang anyo ng dikatumbasan ni Bernoulli, na sinasaad na sa bawa't buumbilang $r \geq 1$ at bilang na tunay $r \geq -1$,

$$(1+x)^r \geq 1+rx. \tag{2}$$

Patunay. Hayaang maging likas na bilang ang k .

Kung $k = 1$, madaling makita na

$$(1+x)^k = 1+x = 1+kx.$$

Sagayon, ipalagay natin na may halaga ng k kung saan

$$(1+x)^k \geq 1+kx.$$

Samakatuwid, kung paparamihin ang kapwa panig ng $1 + k$, dahil $k \geq -1$

$$(1 + x)^{k+1} \geq (1 + kx)(1 + x) \quad (3)$$

$$= 1 + x + kx + kx^2 \quad (4)$$

$$= 1 + x(1 + k) + kx^2 \quad (5)$$

$$\geq 1 + x(1 + k) \quad (6)$$

Nawakasan na natin ang pamuod na hakbang. Tapos na ang patunay. $\square$