Ilang Pamamaraan ng Pagkuha ng Hanggan ng mga Tatsihaning Kabisa

Gab-squared • 18 Aug 2025

Narito ang ilang paraan upang mahanap ang mga hanggan ng mga kabisang may tatsihaning tagway, kung saan hindi na kinakailangang gumamit ng tuntuning L'Hospital. Gagamitin natin ang hunain sa ibaba bilang simulain:

Hunain 1 (Hanggan ng sin θ/θ)

$$\lim_{\theta\to 0} \frac{\theta}{\sin\theta} = \lim_{\theta\to 0} \frac{\sin\theta}{\theta} = 1.$$

Patunay.

Laraw 1

Laraw 1

Batay sa laraw, makikita na, sa mga maliliit na sihang θ,

$$\text{Dawak ng } \triangle ODC < \text{Dawak ng sektor } OAC < \text{Dawak ng } \triangle OAB.$$

Alalaong baga,

$$\frac{1}{2}(r\cos\theta)(r\sin\theta) < \frac{1}{2}r^2\cdot\theta < \frac{1}{2}r\cdot(r\tan\theta)$$

kung saan r ang lihit o lihaba.

Samakatuwid, kung hahatiin ang bawa't panig sa $\frac{1}{2}r^2\sin\theta$, makukuha ang

$$\cos\theta < \frac{\theta}{\sin\theta} < \frac{1}{\cos\theta}.$$

Sagitan ng Hunaing Pang-Ipit, dahil

$$\lim_{\theta\to 0}\cos\theta = \lim_{\theta\to 0}\frac{1}{\cos\theta} = 1;$$

sagayon,

$$\lim_{\theta\to 0}\frac{\theta}{\sin\theta} = 1.$$

Sa wakas,

$$\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=\lim_{\theta\to 0}\frac{1}{\frac{\theta}{\sin\theta}}=1.$$

(Wylie 1953)

Kung baling naman ang siha,

$$\frac{\sin(-\theta)}{-\theta}=\frac{\sin\theta}{\theta}$$

pa rin kaya hindi na kailangang pagtuunan ng labis na pansin ang kalagayang ito. □

Gayundin, $\lim_{\theta\to 0}\frac{\theta}{\tan\theta}=\lim_{\theta\to 0}\frac{\tan\theta}{\theta}=1$ (Baki't?)

Paggamit

Batay ng mga simulaing ito, maaari na nating hanapin ang mga hanggang ito. Halimbawa, hanapin natin ang hanggan ng $\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin n\theta}{\theta}$ sa isang alitakdaing lagiing $n\neq 0$.

Kalutasan Dahil habang $\theta\to 0$, $n\theta\to 0$; sagayon:

$$\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin n\theta}{\theta}=\lim_{\theta\to 0}=\frac{n\sin n\theta}{n\theta}=\frac{n\sin n\theta}{n\theta}=n\cdot\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin n\theta}{n\theta}=n.$$

Hanapin naman natin ang $\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\sin 3x^2}$

Kalutasan Tulad ng nasa itaas,

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\sin 3x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{3x^2}{3\sin 3x^2}=\frac{1}{3}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{3x^2}{\sin 3x^2}=\frac{1}{3}.$$

(Adajar et al. 2018)

Talasanggunian

Adajar, C. F., Baysauli M., Burdeos K., Lawrence F., and Oropeza A. 2018. *Mathematics 21 : Elementary Analysis 1 Course Module*. Linangan ng Matematika.

Wylie, C. R. 1953. *Calculus*. McGraw-Hil Book Company, Inc.